Elementares System einer vollständigen qualitativen Arithmetik

1. Wie bereits in Toth (2015a) dargelegt, führt die Einführung eines Einbettungsoperators E und seine Anwendung auf das Zahlenpaar $P = (0, 1)$, das als arithmetische Struktur der 2-wertigen aristotelischen Logik sowie aller ihr isomorphen rein quantitativen Systeme dient, zu 2-dimensionalen Zahlenfeldern, in denen zwar 1-dimensionale Zahlenfolgen nicht aufgehoben, aber stark marginalisiert sind und in denen es statt einer drei Zählweisen gibt, die wir als adjazente, subjazente und transjazente bezeichnet hatten. Benutzt man nun die in Toth (2015b) definierten Relationalzahlen zur Definition dieser Raumfelder, ergibt sich das im folgenden präsentierte elementare System einer vollständigen qualitativen Arithmetik.

2.1. Arithmetische Adjazenz

2.1.1. Definition

$R(\text{adj}) = (x_m, y_n)$ mit $x \neq y$ und $m = n$

2.1.2. Zahlenfelder

0_i	1_j	1_i	0_j	1_j	0_i	0_j	1_i
$\emptyset_i$	$\emptyset_j$	$\emptyset_i$	$\emptyset_j$	$\emptyset_j$	$\emptyset_i$	$\emptyset_j$	$\emptyset_i$
	$\times$		$\times$		$\times$		
$\emptyset_i$	$\emptyset_j$	$\emptyset_i$	$\emptyset_j$	$\emptyset_j$	$\emptyset_i$	$\emptyset_j$	$\emptyset_i$
0_i	1_j	1_i	0_j	1_j	0_i	0_j	1_i

2.1.3. Relationalzahlen

$(0, 1)$	$(1, 0)$	$(0_1, 1_1)$	$(1_1, 0_1)$
$(0_{-1}, 1_{-1})$	$(1_{-1}, 0_{-1})$	$(0, 1)$	$(1, 0)$

2.2. Arithmetische Subjanz

2.2.1. Definition

$R(\text{subj}) = (x_m, y_n)$ mit $x = y$ und $m \neq n$

2.2.2. Zahlenfelder

0_i	$\emptyset_j$	$\emptyset_i$	0_j	$\emptyset_j$	0_i	0_j	$\emptyset_i$
1_i	$\emptyset_j$	$\emptyset_i$	1_j	$\emptyset_j$	1_i	1_j	$\emptyset_i$
	$\times$		$\times$		$\times$		
1_i	$\emptyset_j$	$\emptyset_i$	1_j	$\emptyset_j$	1_i	1_j	$\emptyset_i$
0_i	$\emptyset_j$	$\emptyset_i$	0_j	$\emptyset_j$	0_i	0_j	$\emptyset_i$

2.2.3. Relationalzahlen

$(0 \leftarrow 1_{-1})$ $(1_{-1} \rightarrow 0)$

$(0_{-1} \leftarrow 1)$ $(1 \rightarrow 0_{-1})$

2.3. Arithmetische Transjanz

2.3.1. Definition

$R(\text{transj}) = (x_n, y_m)$ mit $x \neq y$ und $m \neq n$

2.3.2. Zahlenfelder

0_i	$\emptyset_j$	$\emptyset_i$	0_j	$\emptyset_j$	0_i	0_j	$\emptyset_i$
$\emptyset_i$	1_j	1_i	$\emptyset_j$	1_j	$\emptyset_i$	$\emptyset_j$	1_i
	$\times$		$\times$		$\times$		
$\emptyset_i$	1_j	1_i	$\emptyset_j$	1_j	$\emptyset_i$	$\emptyset_j$	1_i
0_i	$\emptyset_j$	$\emptyset_i$	0_j	$\emptyset_j$	0_i	0_j	$\emptyset_i$

2.3.3. Relationalzahlen

$(0, 1_{-1})$ $(1_{-1}, 0)$

$(0_{-1}, 1)$ $(1, 0_{-1})$

2.4. Als einzige nicht-verwandte Definition verbleibt somit

$R = (x_n, y_m)$ mit $x = y$ und $m = n$,

d.h. es handelt sich um Zahlenfolgen der Form

$(1), (1, 1), (1, 1, 1), \dots,$

die überhaupt keine Einbettungsgrade – außer der trivialen mit $E = 0$ – kennen.

Literatur

Toth, Alfred, Peanozahlen und ihre ontischen Orte I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Zur Arithmetik der Relationalzahlen I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

23.6.2015